Qualitative und quantitative Zahlen

1. Während die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten, Primzeichen genannten, Zeichenzahlen quantitative Zahlen sind, sind die von Toth (2015a) eingeführten ortsfunktionalen Zahlen qualitative Zahlen, insofern sie sowohl Zeichen als auch Objekte zählen können.

2.1. Quantitativ-semiotische Zahlenhierarchie

In Toth (2015b) war folgende semiotischen Zahlenhierarchie aufgrund der benseschen Primzeichenrelationen eingeführt worden. Sie ist daher rein quantitativ. Während eine Zahl semiotisch gesehen ein reiner Mittelbezug ist, besitzt eine Anzahl zusätzlich zu ihrem Zahlenanteil eine Bezeichnungs-, aber keine Bedeutungsfunktion. Erst die Nummer besitzt neben ihrem Zahlenanteil einen vollständigen Zeichenanteil.

Zahl := (1)

↓

Anzahl:= (2 → (1 → 2))

↓

Nummer: = (1 → ((1 → 2) → (1 → 2 → 3)))

2.2. Qualitativ-semiotische Zahlenhierarchie

Man kann die in 2.1. dargestellte quantitative Zahlenhierarchie in eine qualitative transformieren, indem man die in Toth (2015c) formulierten drei quantitativ-qualitativen Transformationen

$\tau_1: 1.1 \rightarrow 0$

$\tau_2: 1.2, 2.1, 2.2 \rightarrow 1$

$\tau_3: 1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3 \rightarrow 2$

verwendet und erhält auf diese Weise

Zahl := (0)

↓

Anzahl:= (0 → (0 → 1))

↓

Nummer:= (0 → ((0 → 1) → (0 → 1 → 2)))

2.1.1. Qualitative Zahlen

Mit den qualitativen Zahlen, die semiotisch erstheitlich fungieren, befaßt sich die Mathematik der Qualitäten, die von Kronthaler (1986) begründet wurde. Es werden nach den folgenden, Thomas (1985) entnommenen, Definitionen, drei strukturelle Typen von Zahlen, Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen, unterschieden (die Unterscheidung geht auf Gotthard Günther zurück).

Günther distinguished 3 different kinds of kenogrammatic sequences (lines) by using three different equivalence relations:

Trito-equivalence $\equiv_T$: for all i, j $f_i \neq f_j \iff g_i \neq g_j$ e.g. the *position* in between the structure of n places is relevant.

Deutero-equivalence $\equiv_D$: Only the *distribution* of used symbols in the structure of n places is relevant.

Proto-equivalence $\equiv_P$: Only the *cardinal number* of different symbols is relevant in the given structure.

Examples for trito-, deutero- and proto-equivalence:

$abbc \equiv_T bcca \equiv_T \square \circ \circ \Delta$ $aabb \equiv_D abab \equiv_D \square \circ \square \circ$ $aabb \equiv_P aaab \equiv_P \square \circ \square \circ$.

2.2. Qualitative Anzahlen

Qualitate Anzahlen setzen eine minimale Menge von 2 Elemente, also nicht nur Mittelbezüge wie die qualitativen Zahlen, voraus. Für $Q = (0, 1)$ ergibt sich, wie übrigens für alle ortsfunktionalen Zahlen, eine Unterscheidung zwischen drei 2-dimensionalen Zählweisen, der linearen oder adjazenten, der vertikalen oder subjazenten, und der diagonalen oder transjazenten.

2.2.1. Lineare Zählweise

0	1		1	0		1	0		0	1
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
		×			×			×		
∅	∅		∅	∅		∅	∅		∅	∅
0	1		1	0		1	0		0	1

2.2.2. Vertikale Zählweise

0	∅		∅	0		∅	0		0	∅
1	∅		∅	1		∅	1		1	∅
		×			×			×		
1	∅		∅	1		∅	1		1	∅
0	∅		∅	0		∅	0		0	∅

2.2.3. Diagonale Zählweise

0	∅		∅	0		∅	0		0	∅
∅	1		1	∅		1	∅		∅	1
		×			×			×		
∅	1		1	∅		1	∅		∅	1
0	∅		∅	0		∅	0		0	∅

Man beachte, daß diese qualitativen Anzahlen sowohl für Objekte als auch für Zeichen stehen können und daher wegen ihrer Bezeichnungsfunktion auch als Anzahlen definiert wurden. Trotz dieser Subjekt-Objekt-Indifferenz sind Objekte und Zeichen aber immer noch unterscheidbar, und zwar 1. wegen ihrer Ortsfunktionalität innerhalb ihrer Raumfelder, und 2. wegen der Perspektivität der verdoppelten chiastischen Relationen der Raumfelder.

2.3. Qualitative Nummern

Da Nummern vollständige Zeichenanteile haben, wird minimal eine 3-elementige Menge der Form $Q = (0, 1, 2)$ vorausgesetzt. Soll die peirce-bensesche Basistheorie der Semiotik nicht zerstört werden – eine Möglichkeit, die übrigens realiter eine Alternative darstellt –, müssen alle 9 Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix auf qualitative Matrizen vermöge der obigen Transformationen τ_1 , τ_2 und τ_3 abgebildet werden. Es kann daher zwischen erst-, zweit- und drittheitlichen Nummern unterschieden werden.

2.3.1. Erstheitliche Nummern

0	∅	∅	0	1	∅	0	1	2
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅

2.3.2. Zweitheitliche Nummern

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	∅	∅	1	1	∅	1	1	2
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅

2.3.3. Drittheitliche Nummern

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	∅	∅	2	2	∅	2	2	2

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.
Frankfurt am Main 1986

Thomas, Gerhard G., On kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.),
Proceedings of the 13th Winter School on Abstract Analysis, Section of
Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal
for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Das Diskontinuum der Nummern. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen I-II. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

7.6.2015